Dopo aver introdotto e studiato la funzione intera di 1°grado (la retta) introduciamo un'altra funzione intera questa volta di 2° grado: la PARABOLA.

Se l'equazione è scritta nella forma $\boxed{y = ax^2 + bx + c}$ (dove a,b e c sono i coefficienti già studiati nella risoluzione di un' equazione di 2° grado) essa ha asse di simmetria[1] parallelo all'asse y, altrimenti se è scritta nella forma $\boxed{x = ay^2 + by + c}$ ha asse di simmetria[2] parallelo all'asse x.

Soffermiamoci sulla prima equazione, quella con l'asse parallelo all'asse y; l'asse di simmetria passa per il vertice della parabola ed è parallelo all'asse y, pertanto avrà equazione $\boxed{x = -\frac{b}{2a}}$

Al variare di a,b e c la parabola assume una certa posizione. Il coefficiente

- ⇒ "**a** " indica la **concavità della curva** (se a>0 verso l'alto, se a<0 verso il basso);
- ⇒ "**b**" indica se la parabola è spostata verso destra o sinistra dell'asse della parabola;
- ⇒ "**c**" (termine noto) indica il punto d'intersezione della parabola con l'asse delle y (come per la retta è **l'ordinata all'origine**, ovvero il primo punto che posizioniamo sull'asse delle y per disegnare una qualunque funzione).

La parabola ha anche un punto noto che si chiama **vertice** (rappresenta il punto più basso o più alto della curva a seconda che la parabola sia rivolta verso l'alto o verso il basso) e le sue coordinate si trovano con la formula $\boxed{V = \left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)}$.

Dunque, per poter disegnare una parabola occorrono almeno 3 punti:

1. Il primo lo conosciamo già, è il termine noto di coordinate C(0;c);
2. Il secondo punto è il vertice della parabola;
3. Il terzo punto è C', simmetrico di C rispetto all'asse di simmetria;

Altri punti si possono trovare costruendo una tabella in cui attribuiamo ad x dei valori a piacere e ricaviamo i corrispondenti valori di y.

[1] E' la retta passante per il vertice della parabola e parallelo all'asse y
[2] E' la retta passante per il vertice della parabola e parallelo all'asse x

Se la parabola interseca l'asse delle x, si possono determinare gli **ZERI DELLA FUNZIONE** ovvero i punti d'intersezione della parabola con l'asse delle x che, come sappiamo, ha equazione y=0. Praticamente vuol dire risolvere l'equazione di secondo grado $\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$ e trovare le eventuali x.

SCHEMA

Se $\Delta > 0$ LA PARABOLA HA 2 ZERI x_1 e x_2 (l'asse x è secante la parabola)

Se $\Delta = 0$ LA PARABOLA HA 1 ZERO $x_1 = x_2$ (l'asse x è tangente alla parabola)

Se $\Delta < 0$ LA PARABOLA NON HA ALCUN ZERO (l'asse x è esterno alla parabola, quindi la parabola è sospesa)

ESEMPI

RAPPRESENTARE GRAFICAMENTE LE PARABOLE DI EQUAZIONE

1. $\boxed{y = -x^2 + 2x + 3}$

Coordinate del vertice

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2\cdot(-1)} = 1$$

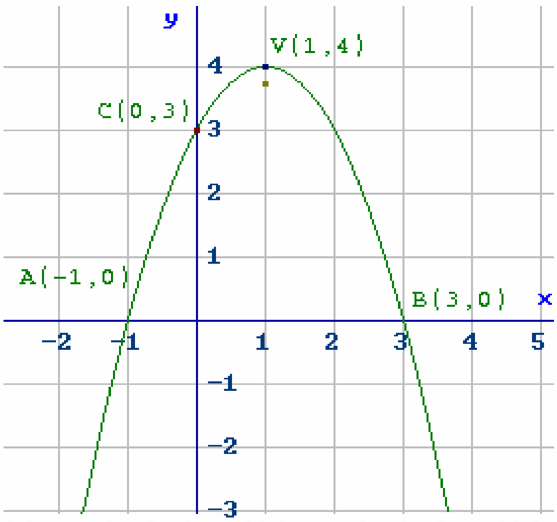
$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-4-12}{-4} = 4$$

Intersezioni con asse x

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = -x^2 + 2x + 3 \end{cases} \Rightarrow (-1;0) \vee (3;0)$$

Intersezioni con asse y

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -x^2 + 2x + 3 \end{cases} \Rightarrow (0;3)$$



Poiché il vertice è un punto che appartiene alla parabola, per determinare le sue coordinate si può procedere anche nel seguente modo:

- si trova l'ascissa x_v
- si sostituisce il valore trovato all'incognita x nell'equazione della parabola.

2. $\boxed{y = x^2 + 2}$

Coordinate del vertice

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2\cdot(1)} = 0$$

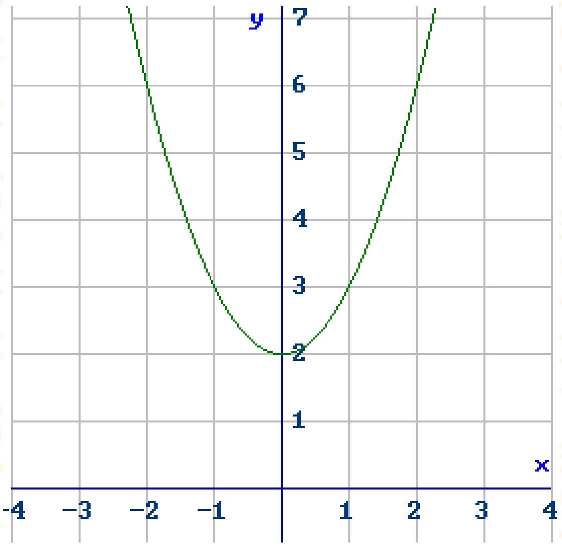
$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{8}{4} = 2$$

Intersezioni con asse x: *non esistono*

Intersezioni con asse y (già visto)

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = x^2 + 2 \end{cases} \Rightarrow (0;2)$$

Le informazioni non sono sufficienti occorre quindi determinare le coordinate di qualche altro punto:



x	y
± 1	3
± 2	5
± 3	11

Per costruire la tabella a lato abbiamo dato dei valori alla x nella sua equazione e trovato i corrispondenti valori della y. Nell'attribuire i valori abbiamo anche tenuto conto delle proprietà di simmetria della parabola.

3. $\boxed{y = x^2 + 2x}$

Coordinate del vertice

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{2\cdot(1)} = -1$$

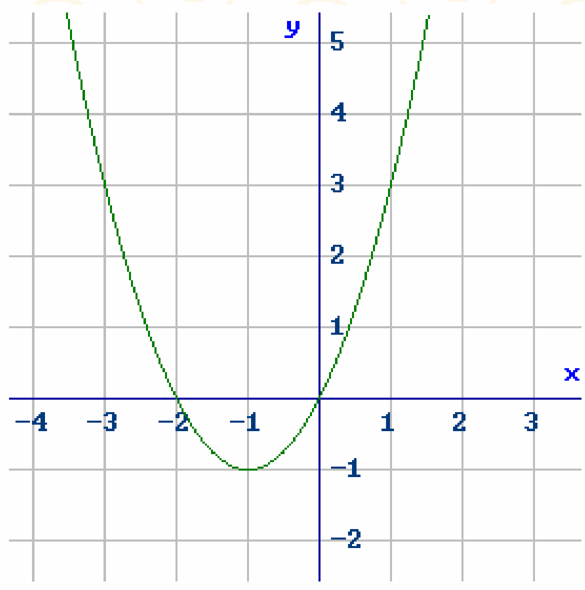
$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-4}{4} = -1$$

Intersezioni con asse x

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = x^2 + 2x \end{cases} \Rightarrow (-2;0) \vee (0;0)$$

Intersezioni con asse y (già visto)

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = x^2 + 2x \end{cases} \Rightarrow (0;0)$$



4. $\boxed{y = x^2 + 4x + 4}$

Coordinate del vertice

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2\cdot(1)} = -2$$

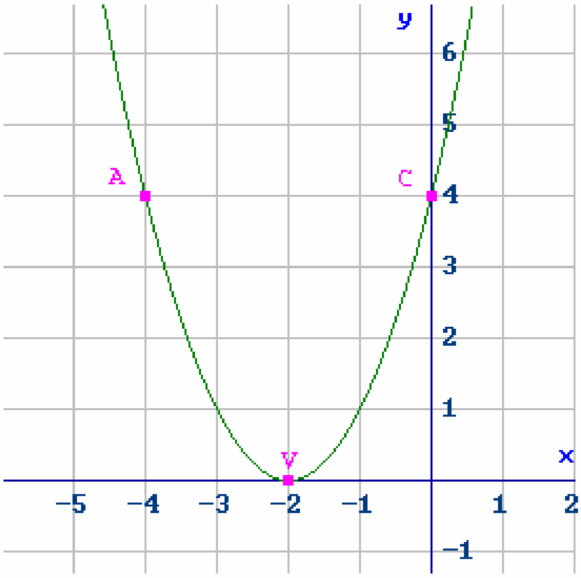
$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{0}{4} = 0$$

Intersezioni con asse x

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = x^2 + 4x + 4 \end{cases} \Rightarrow x_1 = x_2 = (-2;0)$$

Intersezioni con asse y

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = x^2 + 4x + 4 \end{cases} \Rightarrow (0;4)$$



Anche in questo caso le informazioni non sono molte. Le proprietà di simmetria della parabola ci permettono però di determinare anche le coordinate del punto A e quindi di fare un grafico accettabile.