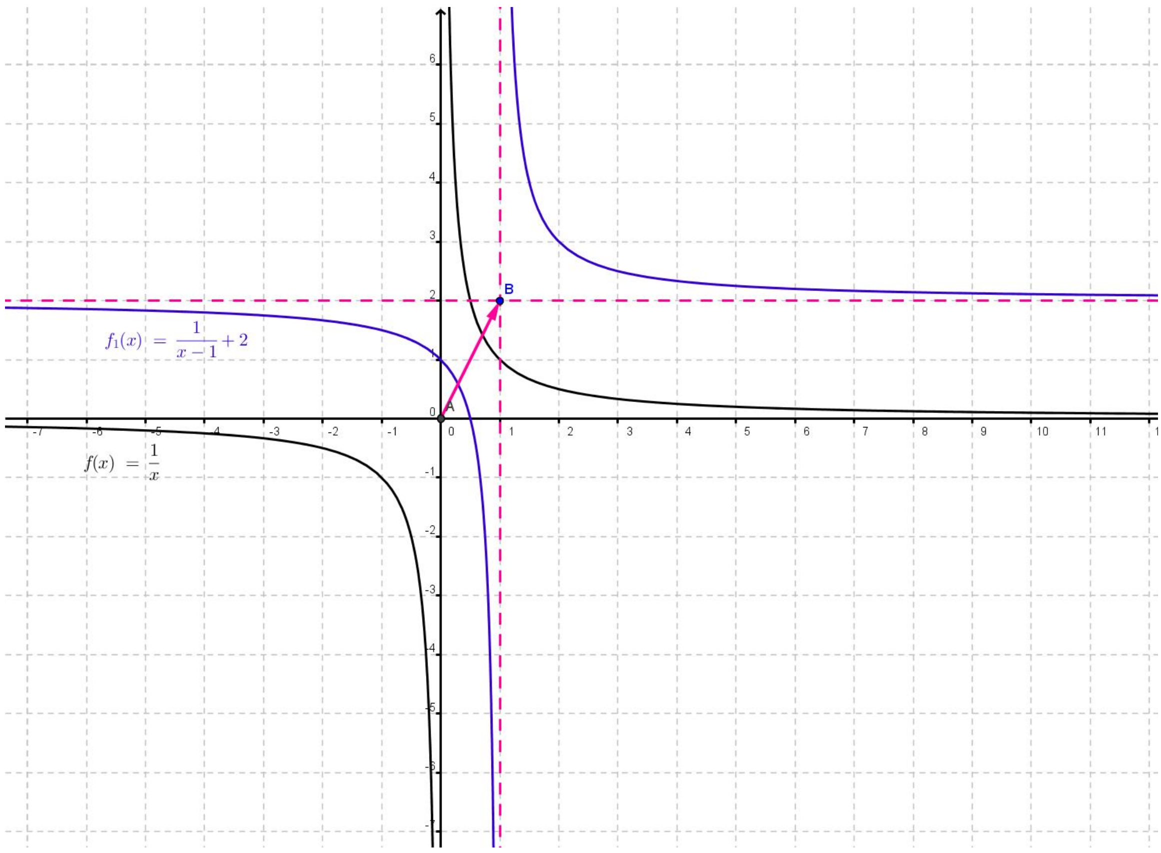
Per spiegare tale concetto partiamo da un esempio pratico.

Data l'iperbole equilatera γ , riferita ai propri asintoti, di equazione $\mathbf{y} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{x}}$ determinare la sua traslazione rispetto al vettore $\vec{\mathbf{u}} = (1,2)$. Abbiamo visto che dire che l'iperbole equilatera è riferita ai propri asintoti significa dire che gli asintoti dell'iperbole equilatera coincidono con gli assi cartesiani ed il centro dell'iperbole coincide con l'origine degli assi stessi.

Inoltre, traslare un "oggetto" significa spostare l'oggetto parallelamente rispetto ad un singolo asse o contemporaneamente ad entrambi gli assi cartesiani.

Nell'esercizio dato, si vuole traslare la conica partendo dall'origine degli assi cartesiani, di una unità di misura, verso destra, rispetto all'asse delle ascisse (la prima componente del vettore è 1 ed è un valore positivo) e di due unità di misura, verso l'alto, rispetto all'asse delle orinate (la seconda componente del vettore è 2 ed è un valore positivo).

GRAFICAMENTE disegniamo il vettore e per facilità trasliamo entrambi gli assi cartesiani di quel vettore in modo tale da avere il riferimento cartesiano con origine nel punto (1,2) vedi figura seguente; successivamente riportiamo i vertici e i punti dell'iperbole nel nuovo sistema cartesiano in modo da ottenere l'iperbole traslata.



BY NC ND

Per determinare l'equazione dell'iperbole equilatera γ traslata, rispetto al vettore dato, si pone:

$$x \to x-1 \quad \text{e} \quad y \to y-2.$$

Ossia, si sostituisce nell'equazione $y = \frac{1}{x}$ a posto di x la quantità $x-1$ e a posto di y la quantità $y-2$, pertanto, si ottiene:

$$y-2 = \frac{1}{x-1},$$

cioè, esplicitando rispetto alla variabile y e svolgendo i calcoli si ottiene:

$$\boxed{y = \frac{2x-1}{x-1}}$$

ossia, l'equazione dell'iperbole equilatera traslata rispetto al vettore dato.

La funzione suddetta si chiama FUNZIONE OMOGRAFICA

Osservazioni:

1. L'equazione canonica della funzione omografica è:

   $$\boxed{y = \frac{ax+b}{cx+d}}$$

   con a , b , c e d coefficienti reali e $c \neq 0$.

2. La funzione omografica presenta sempre due asintoti, tra loro perpendicolari, uno verticale di equazione $x = -\frac{d}{c}$, ed uno orizzontale di equazione $y = \frac{a}{c}$.

3. Il punto d'intersezione degli asintoti è il centro della funzione omografica.

Pertanto, la funzione omografica di equazione $y = \frac{2x-1}{x-1}$ ha per asintoto verticale la retta di equazione $x = 1$, mentre ha per asintoto orizzontale la retta di equazione $y = 2$.

Inoltre, il punto $O_T(1;2)$ (ovvero punto di applicazione del vettore) è il centro della curva.