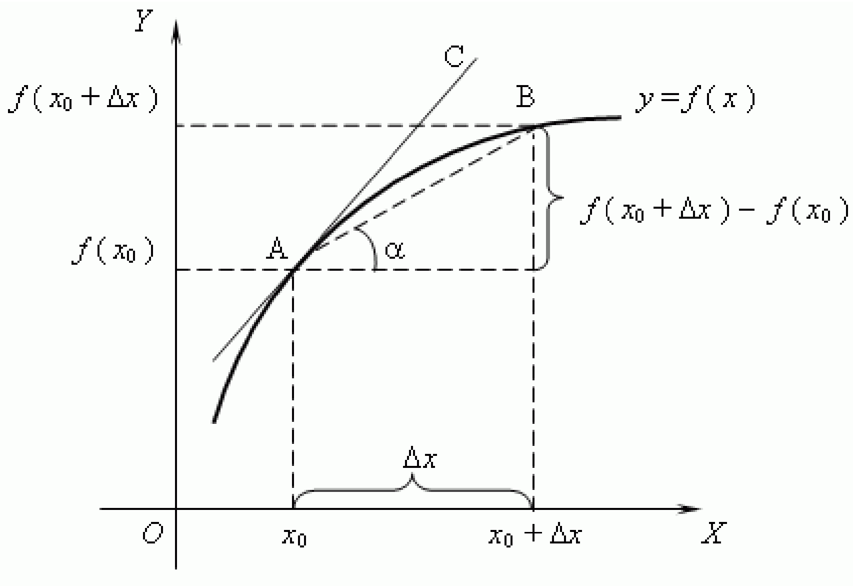
RAPPORTO INCREMENTALE E DERIVATA

Il **rapporto incrementale** di una funzione f è un numero che, intuitivamente, misura "quanto velocemente" la funzione cresce o decresce al variare della variabile indipendente attorno a un dato punto. Dal punto di vista geometrico, esso fornisce il valore del coefficiente angolare di una retta secante passante per due punti.

Consideriamo la funzione $y = f(x)$ in figura e un suo qualunque punto $A(x_0, f(x_0))$.



Sia B il punto del grafico di y = f(x) ottenuto aumentando di un numero positivo h (Δx), piccolo a piacere, l'ascissa x_0 di A.

Le coordinate di B sono $X_B = x_0 + h$ e $Y_B = f(x_0 + h)$

ossia $B(x_0 + h, f(x_0 + h))$.

La retta secante AB ha **coefficiente angolare**:

$$\alpha = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{x_0 + h - x_0} = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Tale numero si chiama **rapporto incrementale della funzione y = f(x) in x_0**.

Quindi, **il rapporto incrementale di una funzione nell'intorno di un suo punto è il coefficiente angolare della retta secante passante per il punto dato e per il punto di ascissa incrementata.**

Il concetto di rapporto incrementale è strettamente legato alla nozione di derivata, vediamo in che modo.

RAPPORTO INCREMENTALE E DERIVATA

Se facciamo tendere B → A (vedi figura 1 seguente) possiamo osservare che:

1. L'incremento h (o Δx) diventa sempre più piccolo ovvero tende a zero (h→0)
2. La retta secante AB tende diventa la retta TANGENTE nel punto A
3. Il coefficiente angolare della secante diventerà il coefficiente angolare della retta tangente in A a y = f(x).

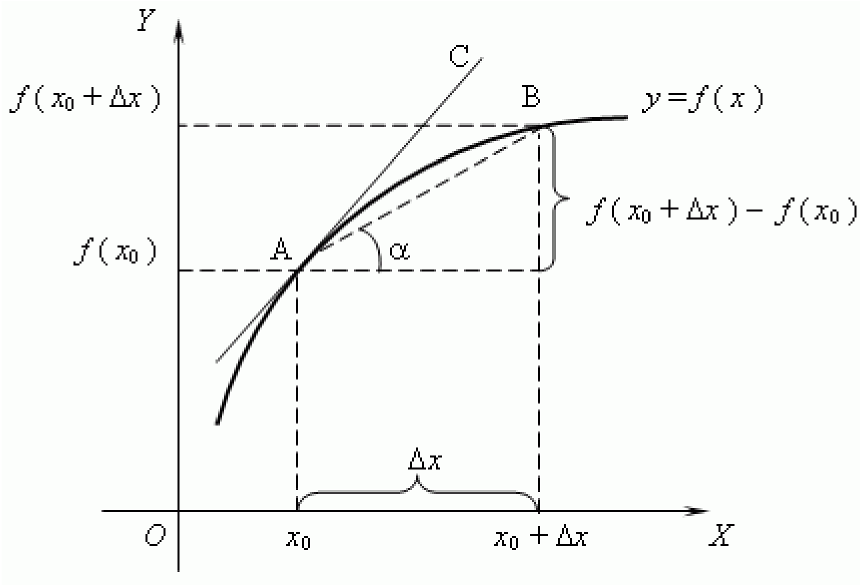


Fig. 1

La retta tangente in A ha **coefficiente angolare:**

$$m_{tg} = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = f'(x_0)$$

Definizione: si definisce **derivata** di una funzione in un punto x_0 il limite (se esiste ed e' finito) del rapporto incrementale calcolato in x_0 al tendere di h a zero.

Quindi **la derivata di una funzione nell'intorno di un suo punto è il coefficiente angolare della tangente alla curva in quel punto.**