
EQUAZIONE DELLA RETTA

Ogni equazione di I° grado in due variabili x e y rappresenta nel piano cartesiano una retta, per cui si dice che

$$\boxed{a\,x + b\,y + c = 0}$$

è **l'equazione di una retta** in forma implicita.

OSSERVAZIONE: **al variare di a, b e c si ha :**

1) se c = 0 — la retta passa per l'origine degli assi;
2) se a = 0 e c = 0 — l'equazione diventa b y = 0, cioè $\boxed{y = 0}$ che è l'equazione dell'**asse x**;
3) se c = 0 e b = 0 — l'equazione diventa a x = 0, cioè $\boxed{x = 0}$ che è l'equazione dell**'asse y**;
4) se a = 0 — l'equazione diventa b y + c = 0, cioè **y = - c / b** = cost che è l'equazione di una **retta parallela all'asse x**;
5) se b = 0 — l'equazione diventa a x + c = 0, cioè

   x = - c / a = cost che è l'equazione di una **retta parallela all'asse y.**

Se si risolve tale equazione rispetto a y, la retta diventa del tipo $\boxed{y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}}$ che ponendo $-\frac{a}{b} = m$ e $-\frac{c}{b} = q$ si ottiene:

$$\boxed{y = m\,x + q}$$

che si dice **equazione della retta in forma esplicita.**

⇒ Il coefficiente della x ,**m**, prende il nome di **coefficiente angolare della retta** e ne rappresenta la pendenza, ovvero l'angolo che la retta forma con l'asse delle x;

- se m > 0 la retta forma un angolo acuto con la direzione positiva dell'asse x (la retta è orientata nel I e III quadrante);
- se m < 0 forma un angolo ottuso (la retta è orientata nel II e IV quadrante)

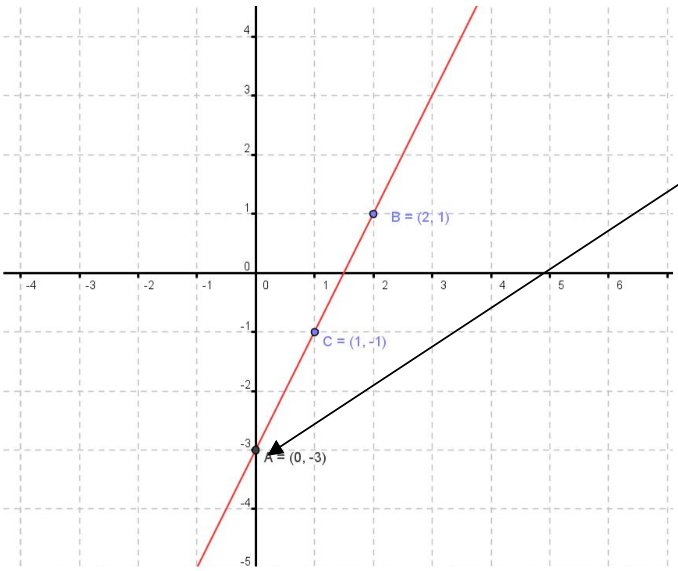
⇒ Il numero **q** si chiama **termine noto** (o ordinata all'origine) ed è il punto di coordinate (0,q) e quindi situato sull'asse delle y.

PRIMO METODO PER RAPPRESENTARE UNA RETTA NEL PIANO

Rappresenta nel piano cartesiano la retta di equazione 2x – y – 3 = 0.

☞ si scrive l'equazione in forma esplicita $-y = -2x + 3$ $y = 2x - 3$

☞ si attribuiscono due valori alla x ricavando i corrispondenti valori di y (perché è una funzione); il primo punto che si può già posizionare è (0,-3) sull'asse delle y!



x	y
1	y=2(1)-3=-1
2	Y=2(2)-3=1
...	...

Posso attribuire alla x infiniti punti ed ottenere per la y infiniti punti. Quindi il dominio della retta è tutto l'insieme dei numeri reali (R) e il condominio tutto R.

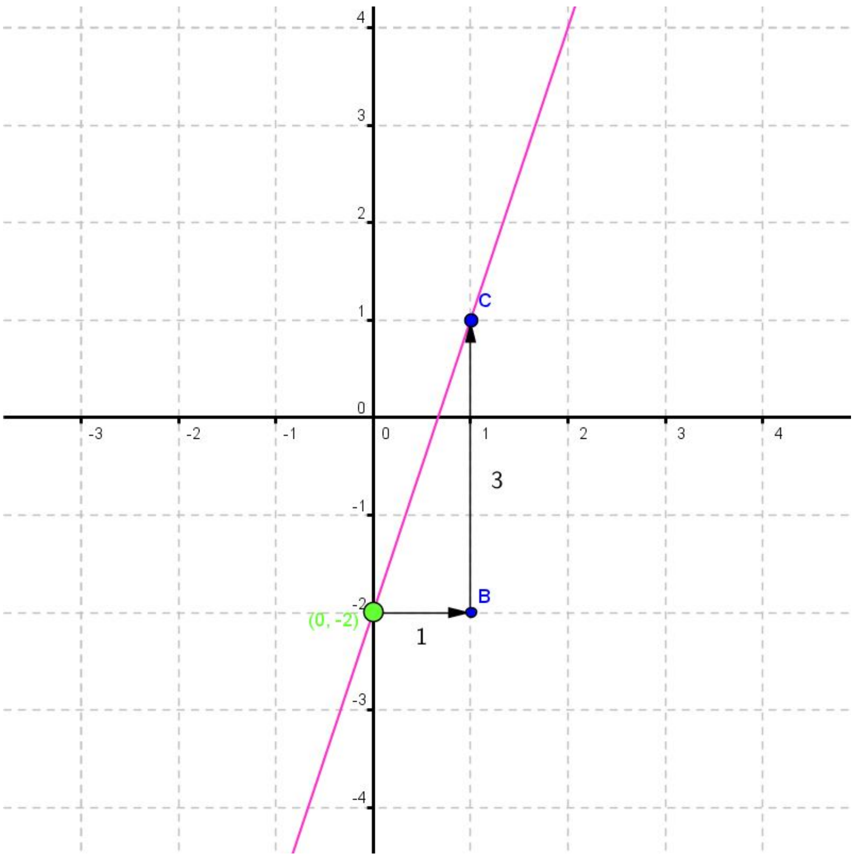
Un secondo **metodo** è quello **dello spostamento**. Tale metodo consiste:

1. posizionare q sull'asse delle y
2. da tale punto mi sposto sempre a destra di tante unità quante sono indicate nel denominatore di m (che ho messo precedentemente sotto forma di frazione)
3. mi sposto verso l'alto se m è positivo verso il basso se m è negativo di tante unità quante sono indicate al numeratore di m
4. ottengo così il 2° punto
5. unisco i 2 punti ottenuti e la retta è disegnata!

ESEMPIO - Rappresenta nel piano cartesiano la retta di equazione y = 3x-2

q=-2 primo punto da posizionare (0; -2)

$m = \frac{3}{1}$ mi sposto a destra di 1 unità partendo da q (perché il denominatore di m è 1) e verso l'alto di 3 unità (perché il numeratore di m è +3). Ottengo il punto C. Unisco i due punti ottenuti e traccio la retta.



RETTE PARALLELE

📖 Date due rette di equazioni $y = mx + q$, $y = m'x + q'$. Si dicono **parallele** se hanno lo stesso coefficiente angolare:

$\boxed{m = m'}$ condizione di parallelismo

ESERCIZIO 1
Verifica se le rette di equazione $x - y - 2 = 0$ e $3x - 3y + 7 = 0$ sono parallele.

RISOLUZIONE:

1. Si trovano i coefficienti angolari, scrivendo le due equazioni in forma esplicita:

$x - y - 2 = 0 \longrightarrow -y = -x + 2 \longrightarrow y = x - 2 \qquad m = 1$

$3x - 3y + 7 = 0 \longrightarrow -3y = -3x - 7 \longrightarrow y = x + 7/3 \qquad m' = 1$

2. Si vede se sono uguali; se lo sono le rette sono parallele. Essendo $m = m'$ le rette sono parallele.

ESERCIZIO 2
Scrivi l'equazione di tre rette parallele alla retta $2x - 7y + 1 = 0$

RISOLUZIONE:
Si trova il coefficiente angolare della retta, scrivendola in forma esplicita:

$-7y = -2x - 1; \quad 7y = 2x + 1 \dashrightarrow y = (2/7)\,x + (1/7) \dashrightarrow m = 2/7$

Le tre rette parallele devono avere lo stesso coefficiente angolare, quindi possono essere, ad esempio, le seguenti:

$y = (2/7)\,x + 5,\qquad y = (2/7)\,x + 11,\qquad y = (2/7)\,x - 19$

RETTE PERPENDICOLARI

📖 Date due rette di equazioni $y = mx + q$, $y = m'x + q'$. Si dicono **perpendicolari** se il prodotto dei loro coefficienti angolari sia -1:

$\boxed{m * m' = -1}$ o anche $\boxed{m = -1/m'}$ condizione di perpendicolarità

ESERCIZIO 1
Verifica se le rette di equazione $2x + 4y - 5 = 0$ e $2x - y + 1 = 0$ sono perpendicolari.

RISOLUZIONE:

1. Si trovano i coefficienti angolari, scrivendo le due equazioni in forma esplicita:

$2x - y + 1 = 0 \longrightarrow -y = -2x - 1 \longrightarrow y = 2x + 1 \qquad m = 2$
$2x + 4y - 5 = 0 \longrightarrow 4y = -2x + 5 \longrightarrow y = -1/2x + 5/4 \qquad m' = -1/2$

2. Si vede se sono l’uno l’opposto del reciproco dell’altro; se lo sono le rette sono perpendicolari. Essendo **m = - 1/m’** le rette sono perpendicolari.

ESERCIZI DI CONSOLIDAMENTO

ESERCIZIO 1
Quale delle seguenti rette forma l’angolo maggiore con la direzione positiva dell’asse delle x?

a) $3x - y = 0$ b) $y = 3/2\,x + 1$

c) $x = 5$ d) $x + 2y = 0$

ESERCIZIO 2
Calcola il perimetro del triangolo i cui vertici sono A(3;-1), B(2;4) e C(0;3).

ESERCIZIO 3
Dati i punti A(2;1), B(-2;8), C(-6;5) e D(-2;-2) calcola il perimetro del quadrilatero ABCD.

ESERCIZIO 4
Dato il segmento AB di estremi A(-5;2) e B(6;-1) calcola la sua lunghezza e le coordinate del punto medio.

ESERCIZIO 5
Disegnare nel piano cartesiano le rette di equazione:
a) $y=3x$; b) $x=-3$; c) $y=2$; d) $x-2y+1=0$ e) $y-x+3=0$ f) $x-y+7=0$
e dire quali di queste sono parallele e/o perpendicolari e perché.

ESERCIZIO 6
Scrivere l’equazione della retta passante per l’origine e perpendicolare alla retta di equazione $x - 3y + 7 = 0$.

ESERCIZIO 7
Scrivere l’equazione della retta passante per l’origine e perpendicolare alla retta di equazione $3x - y + 1 = 0$.

INTERSEZIONE DI DUE RETTE

Le coordinate del punto di intersezione di due rette si trovano risolvendo il sistema formato dalle loro equazioni.
Se il sistema risulta impossibile significa che le rette non s'incontrano, cioè sono parallele.

OSSERVA GLI ESEMPI E COMPLETA

1. Trova il punto d'intersezione delle rette di equazione
r) 3x – y – 1 = 0 s) 2x + y – 4 = 0

Si risolve il sistema formato dalle due equazioni:

$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ con il metodo di riduzione

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 2x + y = 4 \\ -------- \\ 5x \quad = 5 \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2x + 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = +2 \end{cases}$$

Il punto d'intersezione delle rette è: P(1;2).

2. Trova il punto d'intersezione delle rette di equazione
r) 2x +3y + 4 = 0 s) y = 3x + 6

Si risolve il sistema con il metodo di sostituzione:

$$\begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ y = 3x + 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

Il punto d'intersezione è………………………………