

Esercizi su equazioni di secondo grado complete

Risolvere la seguente equazione:

1. $2x^2 + 3x - 4 = 0$

Determiniamo le radici dell'equazione data, applicando la formula risolutiva:

$$x = \frac{(-b) \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Quindi

$$x = \frac{(-3) \pm \sqrt{9 - 4(+2)(-2)}}{4} = \frac{(-3) \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{(-3) \pm \sqrt{25}}{4}$$

In questo caso $\Delta > 0$ pertanto si hanno due radici reali e distinte

$$\begin{aligned}x &= \frac{(-3) \pm 5}{4} = \\x_1 &= \frac{(-3) + 5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\x_2 &= \frac{(-3) - 5}{4} = \frac{-8}{4} = -2\end{aligned}$$

2. $4x^2 - 5x + 7 = 0$

Determiniamo le radici dell'equazione data, applicando la formula risolutiva:

$$x = \frac{(-b) \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{(+5) \pm \sqrt{25 - 56}}{4} = \frac{(+5) \pm \sqrt{-31}}{4}$$

In questo caso $\Delta < 0$ pertanto si hanno due radici complesse e coniugate:

$$\begin{aligned}x &= \frac{+5 \pm \sqrt{31}i}{4} = \\x_1 &= \frac{+5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\x_2 &= \frac{(-3) - 5}{4} = \frac{-8}{4} = -2\end{aligned}$$

3. $4x^2 - 12x + 9 = 0$

Determiniamo le radici dell'equazione data, applicando la formula risolutiva ridotta in quanto il coefficiente del termine in x è pari:

$$x = \frac{\left(\frac{-b}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}}{a}$$

$$x = \frac{(+6) \pm \sqrt{36 - 36}}{4} = \frac{(+6) \pm \sqrt{0}}{4}$$

In questo caso $\Delta = 0$ pertanto si hanno due radici reali e coincidenti $x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

Osserviamo che il polinomio $4x^2 - 12x + 9$ è il quadrato del binomio $(2x-3)$ pertanto si poteva risolvere l'equazione come segue:

$$(2x-3)^2=0$$

$$(2x-3)(2x-3)=0$$

Per la legge dell'annullamento del prodotto:

$$2x-3=0 \text{ (due volte) da cui } x = \frac{3}{2}$$

$$4. \quad \frac{1}{2}(x+3)^2 - \left(\frac{2x-3}{3}\right)^2 = x^2 + 2$$

Tale equazione non è ridotta a forma normale, dunque eseguiamo tutti i calcoli a tal fine. Eseguiamo per primo i prodotti:

$$\frac{(x^2 + 6x + 9)}{2} - \left(\frac{4x^2 - 12x + 9}{9}\right) = x^2 + 2$$

facciamo il minimo comune multiplo:

$$9(x^2 + 6x + 9) - 2(4x^2 - 12x + 9) = 18x^2 + 36$$

$$9x^2 + 54x + 81 - 8x^2 + 24x - 18 = 18x^2 + 36$$

$$x^2 + 78x + 63 = 18x^2 + 36$$

portiamo tutto al primo membro e sommiamo i termini simili, riducendo l'equazione a forma normale:

$$17x^2 - 78x + 27 = 0$$

Usiamo la formula ridotta: $x = \frac{\left(\frac{-b}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{-b}{2}\right)^2 - ac}}{a}$

$$x = \frac{\left(\frac{78}{2}\right) \pm \sqrt{(39)^2 - (17)(27)}}{17} = \frac{39 \pm \sqrt{1521 - 459}}{17} = \frac{39 \pm \sqrt{1062}}{17} = \frac{39 \pm 3\sqrt{118}}{17}$$

$$x_1 = \frac{39 + 3\sqrt{118}}{17}$$

$$x_2 = \frac{39 - 3\sqrt{118}}{17}$$

5. $\frac{(2x + 1)^2}{x^2 - 9} - \frac{2x}{x + 3} = \frac{5x - 4}{x - 3}$

Scomponiamo i denominatori per poter fare poi il minimo comune multiplo:

$$\frac{(2x + 1)^2}{(x - 3)(x + 3)} - \frac{2x}{x + 3} = \frac{5x - 4}{x - 3}$$

facciamo il minimo comune multiplo:

$$\frac{(2x + 1)^2 - 2x(x - 3)}{(x - 3)(x + 3)} = \frac{(5x - 4)(x + 3)}{(x - 3)(x + 3)}$$

Eliminiamo il minimo comune multiplo (appliciamo il principio di equivalenza: "moltiplicando per uno stesso fattore primo e secondo membro dell'equazione.....")

$$4x^2 + 4x + 1 - 2x^2 + 6x = 5x^2 + 15x - 4x - 12$$

$$3x^2 + x - 13 = 0$$

Determiniamo le radici dell'equazione data, applicando la formula risolutiva:

$$x = \frac{(-b) \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{(-1) \pm \sqrt{1 + 156}}{6} = \frac{(-1) \pm \sqrt{157}}{6}$$